

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГАОУ ВО «Волгоградский государственный университет»

УТВЕРЖДЕНО

Ученым советом  
Института математики и  
информационных технологий  
« 23 » сентября 2024 г.,

протокол № 12  
Директор института  
Лосев А.Г.



УТВЕРЖДАЮ

Председатель  
приемной комиссии  
А.Э. Калинина  
« 17 » сентября 2024 г.



## ПРОГРАММА

**вступительного испытания в аспирантуру**

по группе научных специальностей

1.1 – Математика и механика

Волгоград 2025

## Цель и задачи вступительного экзамена

Программы вступительных испытаний при приеме на обучение по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре формируются на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета или магистратуры.

Билет вступительного экзамена включает **три вопроса**, взятых из разных разделов настоящей Программы:

Вступительные испытания в аспирантуру проводятся в форме устного комплексного экзамена.

**Цель экзамена** – определить готовность и возможность лица, поступающего в аспирантуру, освоить выбранную программу.

### Основные задачи экзамена:

- проверка уровня знаний претендента;
- определение склонности к научно-исследовательской деятельности;
- выяснение мотивов поступления в аспирантуру;
- определение уровня научных интересов;
- определение уровня научно-технической эрудиции претендента.

Ориентировочная продолжительность экзамена – 45 мин.

В ходе вступительных испытаний поступающий должен показать:

- знание теоретических основ дисциплин бакалавриата (специалитета), магистратуры по соответствующему направлению;
- владение специальной профессиональной терминологией и лексикой;
- умение оперировать ссылками на соответствующие положения в учебной и научной литературе;
- владение культурой мышления, способность в письменной и устной речи правильно оформлять его результаты;
- умение поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций.

Результаты вступительных испытаний оцениваются по **пятибалльной** шкале.

Оценка определяется как средний балл, выставленный экзаменаторами во время экзамена.

### Критерии оценки результатов комплексного экзамена в аспирантуру 5 (Отлично)

Полный безошибочный ответ, в том числе на дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии. Поступающий должен правильно определять понятия и категории, выявлять основные тенденции и противоречия, свободно ориентироваться в теоретическом и практическом материале.

### 4 (Хорошо)

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.06.01 «Математика и механика»			
Разработчик	Клячин А.А.	стр. 2 из 8	Версия 1
Копии с данного оригинала при распечатке недействительны без заверительной подписи			

Правильные и достаточно полные, не содержащие ошибок и упущений ответы. Оценка может быть снижена в случае затруднений студента при ответе на дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии. При ответе допущены отдельные несущественные ошибки.

### **3 (Удовлетворительно)**

Недостаточно полный объем ответов, наличие ошибок и некоторых пробелов в знаниях.

### **2 (Неудовлетворительно)**

Неполный объем ответов, наличие ошибок и пробелов в знаниях или отсутствие необходимых знаний.

При выставлении итоговой оценки на вступительном экзамене в аспирантуру по специальной дисциплине учитываются результаты собеседования по тематике представленного реферата, который отражает собственные научные интересы поступающего и предполагаемое направление научных исследований в процессе обучения.

## **Вопросы вступительного экзамена**

### Теория функций комплексного переменного.

1. Интегральная теорема Коши.
2. Интегральная формула Коши.
3. Теорема о среднем.
4. Принцип максимума модуля.
5. Лемма Шварца.
6. Интеграл типа Коши.
7. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций.
8. Теорема Вейерштрасса.
9. Разложение функций в ряды Тейлора и Лорана.
10. Неравенство Коши.
11. Нули аналитических функций.
12. Теорема единственности.
13. Изолированные особые точки.
14. Вычеты, теорема о вычетах.
15. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
16. Принцип аргумента.
17. Теорема Руше.
18. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями.
19. Принцип сохранения области.
20. Критерий однолиственности.

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.06.01 «Математика и механика»		
<b>Разработчик</b>	Клячин А.А.	<b>стр.</b> 3 из 8
<b>Копии с данного оригинала при распечатке недействительны без заверительной подписи</b>		<b>Версия</b> 1

21. Теорема Римана (без доказательства).
22. Аналитическое продолжение и полная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса).
23. Понятие римановой поверхности.
24. Продолжение вдоль кривой.
25. Теорема о монодромии.
26. Изолированные особые точки аналитической функции, точка ветвления конечного и бесконечного порядка.
27. Принцип симметрии.

### Теория функций действительного переменного.

1. Мера, аддитивность и счетная аддитивность меры.
2. Лебегово продолжение меры.
3. Измеримые функции.
4. Сходимость по мере и почти всюду.
5. Теоремы Егорова и Лузина.
6. Интеграл Лебега, свойства.
7. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
8. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
9. Прямые произведения мер.
10. Теорема Фубини.
11. Неопределенный интеграл Лебега.
12. Теория дифференцирования.
13. Дифференцирование монотонной функции.
14. Функции с ограниченным изменением.
15. Производная неопределенного интеграла Лебега.
16. Восстановление функции по ее производной.
17. Абсолютно непрерывные функции.
18. Интеграл Лебега как функция множеств.
19. Интеграл Стильтьеса.
20. Пространства  $L_p$ .
21. Ортогональные системы в  $L_2$ , ряды по ортогональным системам.
22. Тригонометрические ряды.
23. Преобразование Фурье.
24. Представление функции сингулярными интегралами.
25. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд.
26. Преобразование Фурье в  $L_1$  и  $L_2$ .

### Функциональный анализ.

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.06.01 «Математика и механика»		
Разработчик	Клячин А.А.	Версия 1
стр. 4 из 8		
Копии с данного оригинала при распечатке недействительны без заверительной подписи		

1. Метрические пространства.
2. Топологические пространства.
3. Сходимость в метрических и топологических пространствах.
4. Полнота и пополнение.
5. Сепарабельность.
6. Принцип сжимающих отображений.
7. Компактность в метрических и топологических пространствах.
8. Непрерывные линейные функционалы.
9. Общий вид линейных функционалов в основных функциональных пространствах.
10. Сопряженное пространство.
11. Слабая топология и слабая сходимость.
12. Слабая компактность ограниченного множества в гильбертовом сепарабельном пространстве.
13. Линейные операторы.
14. Пространства линейных ограниченных операторов.
15. Компактные (вполне непрерывные) операторы.
16. Линейные пространства.
17. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
18. Теорема Хана-Банаха.
19. Нормированные пространства.
20. Евклидовы пространства.
21. Топологические пространства.
22. Топологические линейные пространства.
23. Гильбертовы пространства.
24. Спектральная теория самосопряженных операторов.

### Механика

1. Скользящие векторы. Операции со скользящими векторами. Момент вектора относительно точки и оси. Пара скользящих векторов, свойства пары. Приведение произвольной системы скользящих векторов к винту. Уравнение винтовой оси.
2. Аксиомы статики. Условия равновесия систем сил. Частные случаи равновесия двух и трех сил. Равновесие системы твердых тел. Силы реакций для несвободных тел. Равновесие при наличии трения.
3. Скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение при движении точки по окружности. Проекции ускорения на оси естественного трехгранника.
4. Сложное движение материальной точки. Относительная и переносная скорость. Теорема о сложении скоростей в сложном движении точки. Сложение скоростей в общем случае.

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.06.01 «Математика и механика»		
<b>Разработчик</b>	Клячин А.А.	<b>стр.</b> 5 из 8
		<b>Версия</b> 1
Копии с данного оригинала при распечатке недействительны без заверительной подписи		

5. Мгновенные поступательное и вращательное движения твердого тела. Сложение мгновенных движений. Теорема Эйлера о распределении скоростей точек твердого тела. Плоскопараллельное движение. Центр скоростей.
6. Теорема Кориолиса об ускорении точки в сложном движении. Распределение ускорений точек твердого тела в пространственном и плоскопараллельном движении. Мгновенный центр ускорений.
7. Основные законы динамики. Две задачи динамики точки. Уравнения движения в декартовой системе координат. Естественные уравнения движения точки. Основные теоремы для свободной точки. Теоремы об изменении количества и момента количества движения.
8. Основные законы динамики. Теорема живых сил. Интеграл живых сил. Движение точки под действием центральной силы. Секторная скорость. Прямая и обратная теорема площадей.
9. Движение точки под действием центральной силы. Секторная скорость. Первая и вторая формулы Бине. Примеры их использования.
10. Законы Кеплера. Вывод закона тяготения из законов Кеплера. Прямая задача Ньютона. Первая и вторая космические скорости.
11. Движение точки по гладкой кривой. Теорема и интеграл живых сил. Математический маятник.
12. Движение точки по гладкой поверхности. Теорема и интеграл живых сил. Теорема Клеро. Сферический маятник: уравнения движения и определение реакций.
13. Относительное движение материальной точки. Теорема живых сил в относительном движении. Уравнения относительного равновесия. Вес тела на поверхности Земли.
14. Центр масс и моменты инерций системы материальных точек. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Вычисление моментов инерции стержня, обруча и диска относительно разных осей.
15. Связи и их классификация. Действительные и возможные перемещения. Принцип Даламбера-Лагранжа для систем с идеальными связями. Теорема об изменении количества движения системы и ее следствия.
16. Принцип Даламбера-Лагранжа для систем с идеальными связями. Теорема об изменении момента количества движения системы и ее следствия. Теорема и интеграл живых сил для системы материальных точек.
17. Теоремы о движении системы материальных точек относительно осей Кёнига. Китайский волчок.
18. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Физический маятник. Центр качания.
19. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Определение реакций. Свободные оси вращения.

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.06.01 «Математика и механика»		
<b>Разработчик</b>	Клячин А.А.	стр. 6 из 8
		<b>Версия 1</b>
<b>Копии с данного оригинала при распечатке недействительны без заверительной подписи</b>		

## Основная литература.

1. Колмогоров А.Н., Фомин В.С. "Элементы теории функций и функционального анализа". М.: Изд-во "Лань" 2009.
2. Захаров, Е. В. Уравнения математической физики. Изд. Академия, 2010.
3. Глушко, В. П. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Лань, 2010.
4. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики. Физматлит, 2004.
5. Лаврентьев М.А Методы теории функций комплексного переменного/ М.А.Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002 – 688 с.
6. Маркушевич А.И. "Теория аналитических функций". Изд. 2-е, испр. и доп. -М.: Наука, 1968. -624 с.
7. Натансон И.П. "Теория функций действительного переменного". Учеб. пособие. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. - 480 с.: ил.
8. Никольский С.М."Курс математического анализа", 6-е изд., стереотип. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 592 с.
9. Привалов И.И. Введение в ТФКП/ И.И. Привалов – М.: Высш. шк., 1999 – 432 с.
10. Гилбарг Д., Трудингер Н. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка.- М.: "Наука", 1989
11. А. В. Архангельский, Топологические пространства функций/А.В. Архангельский. – Москва: Изд-во МГУ, 1989. – 222 с.
12. Диевский, В. А. Теоретическая механика. Изд. Лань, 2009.
13. Павлов, В. Е. Теоретическая механика. Изд. Академия, 2009.
14. Тимофеев, С. И. Теоретическая механика (статика и кинематика). Феникс, 2005.
15. Хоперсков, А. В. Теоретическая механика и основы механики сплошной среды (теория и задачи). Изд-во ВолГУ, 2006.

## Дополнительная литература.

16. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979.
17. С.Г. Михлин, "Вариационные методы в математической физике", М.: Наука, 1970.
18. С.Л.Соболев, "Некоторые применения функционального анализа в математической физике", М.: Наука, 1988, 336 с.
19. Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А. Т. Фоменко, "Современная геометрия: Методы и приложения", М.: Наука, 1986, 760 с.
20. Р. Рокафеллар, "Выпуклый анализ", М.: Мир, 1973.

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.06.01 «Математика и механика»		
<b>Разработчик</b>	Клячин А.А.	стр. 7 из 8
		<b>Версия 1</b>
Копии с данного оригинала при распечатке недействительны без заверительной подписи		

21. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Ч.1-2.
22. Н.Н. Лебедев, Специальные функции и их приложения. Санкт-Петербург, "Лань", 2010.
23. Сборник научных школ ВолГУ. Геометрический анализ и его приложения. – Волгоград: Издательство ВолГУ. – 1999. – С. 274-287.
24. Хоперсков, А. В. Теоретическая механика и основы механики сплошной среды (теория и задачи). Изд-во ВолГУ, 2006
25. Тимофеев, С. И. Теоретическая механика (статика и кинематика). Феникс, 2005.
26. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики: Учебник для вузов. - 2-е изд. - М.: МГУ, 2000. - 719с.
27. Четаев Н.Г. Теоретическая механика. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 368 с.
28. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: УчебнМашСпецВуз. - 5-е изд. - М: ВШ, 1990. - 607с.
29. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике: Учеб.пособие для вузов / Под ред. В.А.Пальмова, Д.Р.Меркина. - 38-е изд.; стер. - СПб.: Лань, 2001. - 448с.
30. Березкин Е.Н. Курс теоретической механики. Изд-во МГУ. 1974. - 646 с.
31. Галиуллин А.С. Аналитическая динамика. Уч. пособ. для втузов. - М.: Высш. шк., 1989. - 264 с.
32. Добронравов В.В. Основы аналитической механики. М.: Высш. шк., 1986. - 264 с.

Программа утверждена на заседании кафедры МАТФ (протокол № 5 от 10.11.2023 г.)

Зав. кафедрой МАТФ  Клячин А.А.

<b>Название документа:</b> Программа вступительного экзамена в аспирантуру		
по специальности 01.06.01 «Математика и механика»		
<b>Разработчик</b>	Клячин А.А.	стр. 8 из 8
<b>Копии с данного оригинала</b>		<b>Версия 1</b>
при распечатке недействительны без заверительной подписи		