

Е.И. Васильев, С.С. Мельников, М.Л. Ольховский
Волгоградский государственный университет,
vasil-ei@vlink.ru

ПАРАДОКС НЕЙМАНА ДЛЯ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН И ЕГО РЕШЕНИЕ

Так называемый парадокс Неймана для отражения слабых ударных волн связан с невозможностью адекватного описания ударно-волновой конфигурации вблизи тройной точки с помощью классической трехударной теории Неймана. Сравнение с экспериментальными данными в диапазоне слабых ударных волн показывает, что решение по трехударной теории либо не существует, либо плохо согласуется с экспериментами. Это противоречие было обнаружено более 50-ти лет назад. Попыткам его решения посвящено большое количество работ, не полный обзор которых содержится в работах Skews & Ashworth (2005) и Ben-Dor G. (2007).

Васильев Е.И. (1999) провел высокоточное численное решение этой задачи с применением сильно неравномерных сеток и новой технологии выделения фронтов ударных волн. Полученные результаты показали, что в принципе ближе всего к истине было решение Гудерлея (1960), обнародованное в конце 50-ых годов и потом незаслуженно забытое. Численные расчеты показали существование веера центрированной волны разрежения и небольшой области сверхзвукового течения за ней. Эти результаты позволили сформулировать новую четырех волновую теорию (4WT), которая полностью разрешает парадокс Неймана. Численные результаты и теоретический анализ показали, что для слабых ударных волн в тройной точке формируется логарифмическая особенность с бесконечными градиентами параметров в центре особенности. Кривизна фронта отраженной ударной волны с приближением к особой точке стремится к бесконечности. Благодаря этому дозвуковой поток за отраженным фронтом является сходящимся и имеет возможность перейти в сверхзвук, т.е. образуются условия для возникновения волны разрежения и сверхзвуковой области.

Размеры особенности очень малы и трудно разрешимы как для экспериментов, так и для численных расчетов. Собственно это обстоятельство и послужило главной причиной возникновения парадокса Неймана.

Окончательную точку в 50-ти летней истории парадокса Неймана поставили Skews & Ashworth (2005). Они достаточно четко зафиксировали веер волн разрежения в уникальных экспериментах на ударной трубе большого диаметра. В тоже время их утверждения о существовании серии замыкающих скачков и каскадной структуры, основанные на дополнительной обработке фотоснимков в графических пакетах, были не очень убедительны. Tesdall *et al.* (2006) выполнили подобные расчеты в упрощенной модели нелинейных волн. Они обнаружили каскад чередующихся вееров волн разрежения и слабых ударных волн, замыкающих сверхзвуковые зоны. Несколько ранее они также обнаружили подобный каскад в другой упрощенной модели, основанной на двумерном уравнении Бюргерса. Недавно Defina *et al.* (2008) выполнили уникальные высокоточные расчеты в модели мелкой воды. Они подтвердили хорошее согласие с 4W-теорией, но не обнаружили ни каскада, ни замыкающих ударных волн. К настоящему времени вопрос о каскадной структуре сверхзвуковой области в модели Эйлера еще остается открытым.

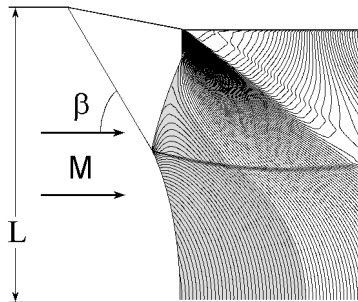


Рис. 1. Конфигурация течения и изолинии плотности для стационарного отражения ударной волны.

В данной работе рассматривалось отражение ударной волны от прямой стенки в сверхзвуковом стационарном потоке совершенного газа (Рис. 1). Численный метод и технология

выделения фронтов ударных такая же, как и в работе Васильева (1999). Дополнительно использовалась многосеточная технология, которая позволила добиться высокого разрешения не только около тройной точки, но и в сверхзвуковой области за веером волны разрежения. Всего в расчетах использовалось от 6-ти до 9-ти вложенных сеток, размеры которых уменьшались с приближением к тройной точке.

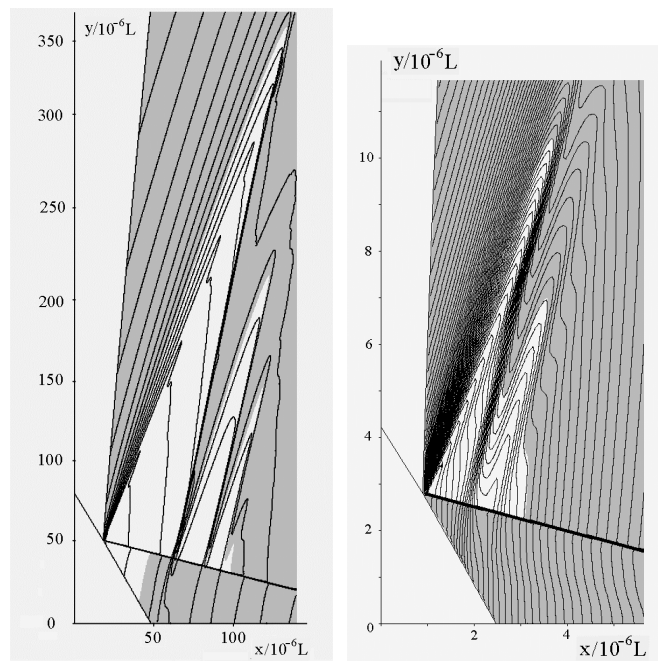


Рис. 2. Изолинии плотности, демонстрирующие каскадную структуру сверхзвуковых зон за тройной точкой для GR ($\beta = 58.78^\circ$, слева) и VR ($\beta = 57.86^\circ$, справа).

Расчеты были выполнены для совершенного газа с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$. На Рис. 2 изображены изолинии плотности вблизи тройной точки для двух случаев с числом Маха набегающего потока $M = 1.718$. Сверхзвуковые зоны выделены белым цветом. Первый случай с углом наклона ударной волны $\beta = 58.78^\circ$ соответствует G-отражению, второй случай с углом $\beta = 57.86^\circ$ соответствует V-отражению. Эти

разновидности отражений отличаются наличием или отсутствием сверхзвуковой зоны за тройной точкой ниже контактного разрыва. В обоих случаях хорошо видна последовательность уменьшающихся по размеру сверхзвуковых зон, расположенных непосредственно над контактным разрывом. Из-за малости размеров V-отражение более трудоемко для расчетов. Из рисунков видно, что размеры сверхзвуковых зон во втором случае приблизительно в 25 раз меньше, чем в первом.

Таким образом, вопрос о существовании каскадной структуры за тройной точкой для G и V отражений можно считать закрытым.

В докладе более подробно излагается история вопроса, технология расчетов и другие моменты, связанные с парадоксом Неймана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Skews B.W., Ashworth J.T. *The physical nature of weak shock wave reflection* // J. Fluid Mechanics. - 2005. - V. 542. - p.105.
2. Ben-Dor G. *Shock Wave Reflection Phenomena*. Springer, New York, 2007.
3. Vasilev E. I. *Four-wave scheme of weak Mach shock waves interaction under the von Neumann paradox conditions* // Fluid Dynamics. - 1999. - V. 34. - N 3. - p. 421.
4. Гудерлей К.Г. *Теория околосвуковых течений*. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. - 421с.
5. Tesdall A.M., Sanders R., Keyfitz B.L. *The triple point paradox for the nonlinear wave system* // SIAM J. Appl. Math. - 2006. - V. 67. - p. 321.
6. Defina A., Viero D.P., Susin F.M. *Numerical simulation of the Vasilev reflection* // Shock Waves. - 2008. - V. 18. - p. 235-242.