

Выпуск 2

1997

ВЕСТНИК
ВОЛГОГРАДСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия 1: **Математика. Физика**



**ВЕСТНИК ВОЛГОГРАДСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Серия 1

МАТЕМАТИКА. ФИЗИКА

Научно-теоретический журнал

Выпуск 2

1997

Основан в 1996 году

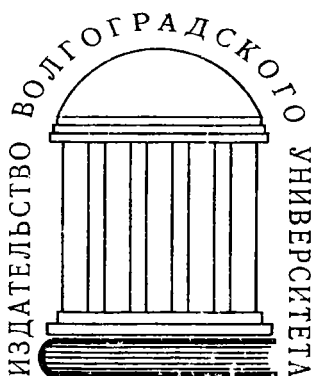
Редакционный совет "Вестника ВолГУ":

д-р экон. наук, проф. О.В. Иншаков (председатель); д-р техн. наук, проф. Б.Н. Сипливый (зам. председателя); д-р экон. наук, проф. М.М. Загорулько; д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Иванов; д-р ист. наук, проф. Д.М. Туган-Барановский; д-р филол. наук, проф. В.Б. Смирнов; д-р юрид. наук, проф. Ф.В. Глазырин; канд. экон. наук, доц. Е.Г. Русскова

Редакционная коллегия серии:

д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Иванов (отв. редактор); канд. физ.-мат. наук, доц. В.П. Заярный; канд. физ.-мат. наук, доц. А.В. Хоперсков; канд. физ.-мат. наук, доц. А.М. Колодий; канд. физ.-мат. наук, доц. И.А. Бихлянцев; канд. физ.-мат. наук, доц. А.Г. Лосев

Директор издательства ВолГУ Л.К. Кожевников



АСТРОФИЗИКА

УДК 52-43

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АКУСТИЧЕСКИХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ МОД В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВРАЩАЮЩИХСЯ ГАЗОВЫХ ДИСКАХ

А.В. Хоперсков, С.С. Храпов

Проведен линейный анализ устойчивости дифференциально вращающегося газового диска, с учетом неоднородной структуры аккреционного диска поперек плоскости его симметрии (в z -направлении). Показано, что благодаря наличию в диске турбулентной вязкости, помимо пинч-возмущений, неустойчивыми оказываются и изгибные моды колебаний. Неустойчивость имеет место как для основных (фундаментальных) мод, так и для высокочастотных (отражательных) гармоник. Продемонстрировано хорошее согласие результатов для модели тонкого диска и трехмерной модели.

Введение

Возможность развития различного рода неустойчивостей в дифференциально вращающихся газовых дисках является весьма привлекательной для понимания феномена аккреционных дисков (АД) в тесных двойных системах, квазарах и молодых звездах. Для объяснения характерных особенностей динамики АД, и прежде всего процессов отвода углового момента, необходимых для обеспечения наблюдаемых темпов аккреции, следует предположить наличие в диске турбулентной вязкости [1]. Физический механизм турбулентной вязкости может быть связан с нелинейной эволюцией неустойчивых мод колебаний.

При построении различных вязких моделей АД предполагается, что вязкость η обусловлена развитой турбулентностью среды; для нее принимается $\eta \propto \rho u_l l_t$ (u_l — характерная амплитуда скорости наиболее крупномасштабных турбулентных пульсаций, l_t — их пространственный масштаб, ρ — плотность) [2]. В связи с этим большое значение приобретает исследование многомодовых неустойчивостей, приводящих к появлению сложной структуры возмущений, которые характеризуются иерархией пространственных и временных масштабов, что должно способствовать развитию акустической турбулентности ($l_t \leq h$, $u_l \leq c_s$, где h — полутолщина диска и c_s — адиабатическая скорость звука в среде).

При исследовании динамики АД широко применяется модель тонкого диска, получаемая усреднением трехмерных уравнений газодинамики посредством их интегрирования по z -координате при выполнении ряда дополнительных условий [3, 9, 10]. В рамках двумерных моделей без самогравитации и магнитного поля имеется четыре неустойчивых моды колебаний: две акустических [7 — 10], тепловая и вязкая [4 — 10]. Инкремент неустойчивости акустических волн увеличивается с уменьшением λ . Однако использование модели тонкого диска накладывает ограничение на длину волны рассматриваемых возмущений: $\lambda \gg h$. Очевидно, что корректное рассмотрение возмущений с $\lambda \leq h$ требует учета z -структуры. Отметим, что в рамках модели тонкого диска описывается только динамика пинч-колебаний. Для них возмущенное давление является симметричной функцией, а смещение газа не сдвигает центр массы в диске относительно плоскости симметрии ($z = 0$). Таким образом, из рассмотрения исключаются изгибные колебания (AS-мода), для которых возмущенное давление является антисимметричной функцией. Кроме того, в рамках двумерных моделей не могут быть учтены высокочастотные (отражательные) гармоники с характерными пространственными масштабами в z -направлении меньшими или равными $(0.5 + 1)h$.

В данной заметке мы рассматриваем динамику акустических возмущений в рамках полной трехмерной задачи, с учетом неоднородной структуры АД поперек плоскости его

симметрии и вязкости. Кроме частного вопроса о пределах применимости модели тонкого диска, большой интерес представляет и вопрос о возможности развития неустойчивостей в коротковолновой области и, прежде всего, неустойчивости высокочастотных мод колебаний. В пункте 1 мы описываем модель и определяем закон вязкости, в пункте 2 рассматриваем динамику малых линейных возмущений и описываем математическую постановку задачи нахождения собственных значений частот различных неустойчивых мод в диске и в пункте 3 обсуждаем результаты численного решения краевой задачи и суммируем основные выводы.

1. Модель и основные уравнения

Рассмотрим осесимметричный дифференциально вращающийся газовый диск, находящийся в гравитационном поле компактного объекта массы M . Введем цилиндрические координаты (r, φ, z) таким образом, чтобы ось z была направлена перпендикулярно плоскости диска, а последняя совпадала с плоскостью $z = 0$. Пренебрегая самогравитацией диска и релятивистскими эффектами, для точечного потенциала в цилиндрической системе координат имеем:

$$\Psi(r, z) = -\frac{GM}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \approx -\frac{GM}{r} + \frac{1}{2}\Omega_k^2 z^2, \quad (1)$$

где G — гравитационная постоянная, $\Omega_k = \sqrt{GM/r^3}$ — кеплеровская угловая скорость вращения.

Будем исходить из двумерных уравнений газодинамики в цилиндрических координатах (r, z) с учетом вязкости. Тогда уравнения движения и уравнение непрерывности для осесимметричного случая могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial \tau_{rr}}{r \partial r} + \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial r^2 \sigma_{r\varphi}}{r^2 \partial r} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial z} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{rz}}{r \partial r} - \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_r)}{r \partial r} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где $V = (V_r, V_\varphi, V_z)$ — скорость, P — давление газа, ρ — плотность вещества в диске, σ_{ij} — компоненты симметричного ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) тензора вязких напряжений.

Обобщая на случай трехмерной модели результаты работы [1], для компонент тензора вязких напряжений будем иметь:

$$\sigma_{ij} = -\alpha_{ij} P, \quad \alpha_{ij} = \text{const} > 0, \quad (6)$$

где $i, j = (r, \varphi, z)$. Поскольку без учета второй (упругой) вязкости след тензора вязких напряжений равен нулю ($\delta_{ij} \sigma_{ji} = 0$), тем самым $\alpha_{ii} = 0$ и, следовательно, $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = 0$.

Будем считать, что равновесная скорость в диске имеет только r - и ϕ -компоненты: $V_0 = (V_0, \kappa\Omega, 0)$. Тогда равновесный баланс сил в z -направлении определяется следующим соотношением:

$$\frac{dP_0}{dz} = -\rho_0 \frac{d\Psi}{dz}. \quad (7)$$

Для интегрирования (7) необходимо знать структуру диска в z -направлении, определяемую уравнениями состояния и переноса энергии. Здесь мы ограничимся рассмотрением изэнтропической модели диска с уравнением состояния $P_0 \propto \rho_0^\gamma$, тогда для давления и плотности из (7) будем иметь:

$$P_0(z) = P_0(0) \left(1 - z^2/h^2\right)^a, \quad \rho_0(z) = \rho_0(0) \left(1 - z^2/h^2\right)^b \quad (8)$$

где $a = \gamma/(\gamma - 1)$, $b = 1/(\gamma - 1)$, γ — показатель адиабаты, а величина h определяет границу диска — в точке $z = \pm h$ равновесные давление и плотность обращаются в ноль. Для h имеем: $h = \sqrt{2b} c_s(0)/\Omega$, здесь $c_s = \sqrt{\gamma P_0/\rho_0}$ — адиабатическая скорость звука. Таким образом, с уменьшением параметра γ толщина диска h увеличивается. В предельном случае при $\gamma \rightarrow 1$ следует: $h \rightarrow \infty$, что соответствует изотермическому распределению: $P_0(z) \propto \rho_0(z) \propto \exp\{-z^2/h^2\}$.

2. Динамика малых возмущений

Применяя стандартную процедуру линейного анализа, представляем давление, плотность и скорость среды в виде:

$$V_r = V_0(r, z) + \tilde{v}_r(r, z, t), \quad V_\phi = \kappa\Omega(r, z) + \tilde{v}_\phi(r, z, t), \quad V_z = \tilde{v}_z(r, z, t), \\ P = P_0(r, z) + \tilde{P}(r, z, t), \quad \rho = \rho_0(r, z) + \tilde{\rho}(r, z, t)/c_s^2.$$

С учетом малости возмущений $|\tilde{f}| \ll |f_0|$ из (1) — (5) получаем линеаризованную систему уравнений:

$$\frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial t} + V_0 \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial r} + \tilde{v}_r \frac{\partial V_0}{\partial r} + \tilde{v}_z \frac{\partial V_0}{\partial z} - 2\Omega \tilde{v}_\phi = -\frac{\partial (\tilde{P}/\rho_0)}{\partial r} - \alpha_{rz} \frac{\partial (\tilde{P}/\rho_0)}{\partial z}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}_\phi}{\partial t} + V_0 \frac{\partial (\tilde{r}\tilde{v}_\phi)}{\partial r} + \tilde{v}_r \frac{\partial (r^2\Omega)}{r\partial r} + \tilde{v}_z \frac{\partial (r\Omega)}{\partial z} = -\alpha_{r\phi} \frac{\partial (r^2\tilde{P}/\rho_0)}{r^2\partial r} - \alpha_{\phi z} \frac{\partial (\tilde{P}/\rho_0)}{\partial z}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial t} + V_0 \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial r} = -\frac{\partial (\tilde{P}/\rho_0)}{\partial z} - \alpha_{rz} \frac{\partial (r\tilde{P}/\rho_0)}{r\partial r}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{r\partial r} [r(V_0\tilde{\rho} + \rho_0\tilde{v}_r)] + \frac{\partial (\rho_0\tilde{v}_z)}{\partial z} = 0, \quad (12)$$

Ограничимся коротковолновым приближением ($kr \gg 1$, k — радиальное волновое число), что позволяет нам искать решение в виде:

$$\tilde{f}(r, z, t) = \hat{f}(z) \exp\{ikr - i\omega t\}, \quad (13)$$

здесь ω — комплексная собственная частота колебаний. С учетом (13), система (9) — (12) сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\frac{d\hat{P}}{dz} = \rho_0 \hat{\omega}^2 \hat{\xi} + \left(\frac{\partial \ln \rho_0}{\partial z} - ik\alpha_{rz} \right) \hat{P}, \quad (14)$$

$$\frac{d\hat{\xi}}{dz} = \left(\frac{Bk}{Q} - \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial z} \right) \hat{\xi} + \left(\frac{Ak^2}{\hat{\omega}Q} - \frac{1}{c_s^2} \right) \frac{\hat{P}}{\rho_0} \quad (15)$$

где $\hat{\omega} = \omega - kV_0$, $Q = \omega^2 - \kappa^2$, $\kappa = 2\Omega\sqrt{1 + 0.5 \partial \ln \Omega / \partial \ln r}$ — эциклическая частота,

$A = \hat{\omega} (1 - \alpha_{rz}^2) + 2i\Omega (\alpha_{r\varphi} - \alpha_{rz}\alpha_{\varphi z})$, $B = \hat{\omega} (2\Omega\alpha_{\varphi z} - i\hat{\omega} \alpha_{rz}) - (\kappa^2 \partial V_0 / \partial z + 2 i\hat{\omega} \kappa \Omega \partial \Omega / \partial z) / \hat{\omega}$,

$\hat{\xi}$ — комплексная амплитуда возмущенного лагранжева z -смещения среды, такая, что:

$$\tilde{v}_z = d\tilde{\xi}/dz = -i (\omega - kV_0) \tilde{\xi}.$$

Уравнения (14) и (15) необходимо дополнить граничными условиями. Учитывая симметрию модели, будем рассматривать два типа колебаний: 1) симметричные (S-мода)

[$\hat{P}(z) = \hat{P}(-z)$ и $\hat{\xi}(z) = -\hat{\xi}(-z)$], и, следовательно,

$$\frac{d\hat{P}(0)}{dz} = 0 \quad \text{и} \quad \hat{\xi}(0) = 0, \quad (16)$$

(такие колебания называют пинч-модой); 2) антисимметричные (AS-мода) [$\hat{P}(z) = -\hat{P}(-z)$ и $\hat{\xi}(z) = \hat{\xi}(-z)$], для которых

$$\frac{d\hat{\xi}(0)}{dz} = 0 \quad \text{и} \quad \hat{P}(0) = 0, \quad (17)$$

т.е. являются изгибными колебаниями диска. На невозмущенной поверхности диска при $z=h$ должно выполняться условие:

$$\hat{P}(h) + \frac{\partial P_0(h)}{\partial z} \hat{\xi}(h) = 0. \quad (18)$$

Решение системы уравнений (14), (15) совместно с условиями (18) и (16) или (17) (задача типа Штурма-Лиувилля) позволяет определить собственные значения комплексной частоты ω . Наличие положительной мнимой части частоты (инкремента) означает неустойчивость.

Для однородных по z -координате распределений равновесных величин система уравнений (14) и (15) при $\alpha_{rz} = \alpha_{\varphi z} = 0$ сводится к следующему дисперсионному соотношению:

$$\omega^4 - \omega^2 \left[\kappa^2 + c_s^2 (k^2 + k_z^2) \right] - 2i\omega\Omega\alpha_{r\varphi}c_s^2k^2 + \kappa^2c_s^2k_z^2 = 0, \quad (19)$$

здесь k_z — волновое число в z -направлении. В общем случае при $\alpha_{r\varphi} > 0$ это дисперсионное уравнение описывает две неустойчивые акустические и две затухающие энтропийные моды колебаний.

Отметим, что уравнение (19) при $k_z = 0$ совпадает с полученным ранее для плоской модели [9, 10] дисперсионным соотношением с точностью до замены γ на плоский показатель адиабаты $\Gamma = 1 + 2(\gamma - 1)/(\gamma + 1)$. При этом квадрат адиабатической скорости звука в плоскости диска определяется следующим выражением:

$$c_s^2 = \Gamma \frac{\int_0^h P_0(z) dz}{\int_0^h \rho_0(z) dz} \quad (20)$$

Таким образом, дисперсионное уравнение (19) с учетом (20) описывает динамику возмущений в рамках плоской модели (2D-модель).

3. Обсуждение результатов

Результаты численного решения поставленной краевой задачи представлены на рис. 1 – 2. Показаны зависимости $\omega = \omega(k, \alpha_{r\varphi}, \alpha_{r_z}, \alpha_{\varphi_z})$ для симметричных (16) и антисимметричных (17) мод при $\gamma = 5/3$.

В случае когда $\alpha_{r\varphi} > 0$ и $\alpha_{r_z} = \alpha_{\varphi_z} = 0$, малые возмущения неустойчивы для любого волнового числа $k > 0$. При этом может возбуждаться любое число неустойчивых гармоник. Эти гармоники отличаются друг от друга значениями волновых чисел в z -направлении k_z , для которых справедлива следующая оценка:

$$k_z h \approx \pi j \quad (\text{S-мода}), \quad k_z h \approx \pi(j + 1/2) \quad (\text{AS-мода}),$$

где j — номер гармоники. Как для симметричной (S-), так и для антисимметричной (AS-) мод существуют фундаментальные ($j = 0$) и отражательные ($j > 0$) решения. На рис. 1 приведены зависимости собственной частоты колебаний ω от волнового числа k для фундаментальной моды ($j = 0$) и первых трех отражательных гармоник ($j = 1, 2, 3$). Как можно видеть, неустойчивыми ($\text{Im}(\omega) > 0$) оказываются как пинч-возмущения (см. рис. 1а), так и изгибные моды колебаний (см. рис. 1с). С ростом величины k инкремент рассматриваемых неустойчивостей возрастает и при некоторых значениях волнового числа k достигает максимума, после чего наблюдается достаточно медленное уменьшение мнимой части частоты. Отметим, что чем больше номер гармоники j , тем в более коротковолновую область сдвигается максимум инкремента неустойчивости, причем значение максимума тем больше, чем меньше характерный масштаб возмущений в z -направлении. Для антисимметричной моды максимумы менее ярко выражены, чем для симметричной. Причиной возникновения неустойчивых решений является сильная дифференциальность вращения диска и наличие в диске турбулентной вязкости ($\alpha_{r\varphi} > 0$). С увеличением величины $\alpha_{r\varphi}$ инкремент неустойчивости растет.

Параметры α_{r_z} , α_{φ_z} и $\alpha_{r\varphi}$ определяют уровень акустической турбулентности в диске. Причем α_{r_z} и α_{φ_z} обусловлены сдвиговым характером течения в z -направлении, а величина $\alpha_{r\varphi}$ связана с дифференциальностью вращения диска и совпадает с α -параметром [1], который в стандартной теории дисковой аккреции пропорционален квадрату турбулентного числа Маха, т.е. отношению дисперсии скоростей турбулентных движений к квадрату скорости звука. Для α_{ij} можно записать:

$$\alpha_{r\varphi} = \alpha = -\gamma v \frac{\Omega}{c_s^2} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial \ln r}, \quad \alpha_{r_z} = -\gamma \frac{v}{c_s^2} \frac{\partial V_0}{\partial z}, \quad \alpha_{\varphi_z} = -\gamma v \frac{r \Omega}{c_s^2} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial z}, \quad (21)$$

где v — коэффициент кинематической вязкости.

Проведенный анализ свидетельствует о хорошем согласии модели тонкого диска с результатами решения поставленной краевой задачи. Как видно из рис. 1 а,б, собственные частоты колебаний, получаемые из уравнения (19) при $k_z = 0$ и с учетом (20), и решения уравнений (14) и (15) для фундаментальной ($j = 0$) пинч-моды практически совпадают в области $kh \leq 3$. Различия наблюдаются только при $kh \geq 3$, однако заметим, что в этой области нарушается приближение модели тонкого диска ($\lambda > 2h$). Причем инкремент и фазовая скорость возмущений в рамках 3D-модели оказываются меньше, чем в модели тонкого диска

(2D-модель). Это связано с неоднородным распределением равновесных величин в z -направлении и с наличием поперечной составляющей силы тяжести.

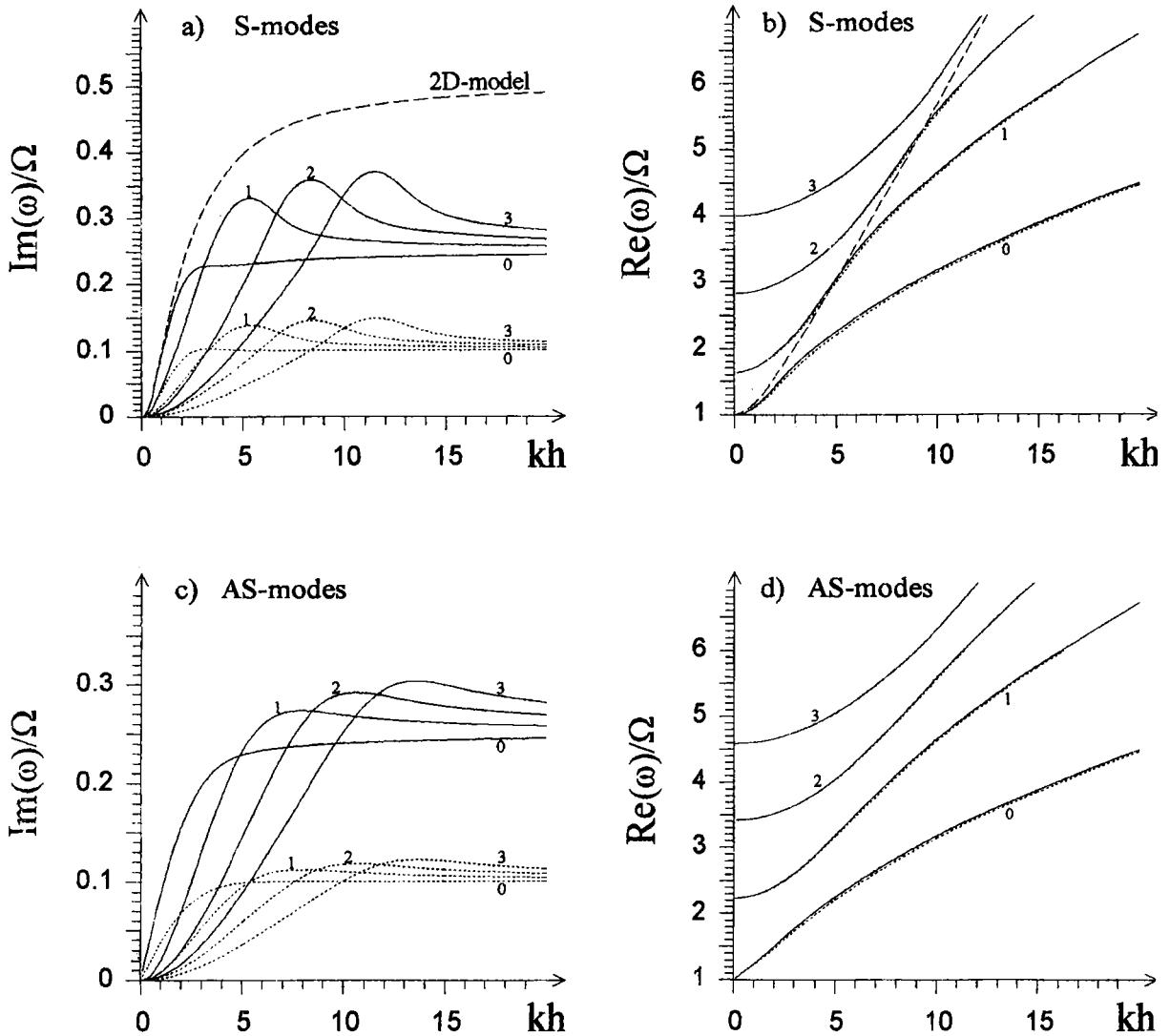


Рис. 1. Зависимость собственной частоты колебаний ω в единицах угловой скорости Ω от безразмерного волнового числа kh ($\gamma = 5/3$, $\alpha_{rz} = \alpha_{\phi z} = 0$): а), б) пинч-колебания; в), д) изгибные колебания. Сплошная линия соответствует $\alpha_{\phi z} = 0.5$, а пунктирная — $\alpha_{\phi z} = 0.2$. Числа на рисунке указывают номера гармоник j

Таким образом, можно заключить, что модель тонкого диска адекватно описывает трехмерные пинч-возмущения с характерными пространственными масштабами порядка $2h + r$ в плоскости диска и $4h$ в z -направлении.

От значений параметров α_{rz} и $\alpha_{\phi z}$ весьма сильно зависят значения инкрементов и условия развития неустойчивостей. Как видно из рис. 2, с увеличением величины α_{rz} и $\alpha_{\phi z}$ инкремент (как низкочастотных ($j = 0$), так и высокочастотных ($j > 0$)) возмущений $\text{Im}(\omega)$ уменьшается. При $\alpha_{\phi z} \leq \alpha_{rz}$ пинч-, и изгибные моды колебаний с $j \geq 0$ затухают: $\text{Im}(\omega) < 0$. Характерной особенностью является то, что в коротковолновой области ($kh \geq 20$) в первую очередь стабилизируются длинноволновые в z -направлении возмущения, т.е. в порядке возрастания номера гармоники (рис. 2а, б). В длинноволновой области ($kh \leq 1$) ситуация аналогична для изгибных колебаний (рис. 2д), в то время как для пинч-возмущений первой

стабилизируется мода с $j = 1$, затем более высокочастотные — с $j > 1$ и только потом фундаментальная — $j = 0$ (рис. 2с). Таким образом, учет сдвигового характера течения в z -направлении ($\alpha_{rz} > 0$ и $\alpha_{\phi z} > 0$) приводит к уменьшению инкремента рассматриваемой неустойчивости, вплоть до ее полной стабилизации. Однако отметим, что для реально существующих в АД z -распределений равновесных величин справедлива следующая оценка: $\alpha_{rz} \ll \alpha_{r\phi}$ и $\alpha_{\phi z} \ll \alpha_{r\phi}$. Стоит также отметить, что для достаточно коротковолновых возмущений $kh \geq 10$ [9, 10] важным может оказаться затухание колебаний за счет наличия в тензоре вязких напряжений градиента возмущенной скорости. Этот фактор может оказаться определяющим для мелкомасштабных (как по r , так и по z) волн и привести к их полной стабилизации.

Динамика акустических волн в дифференциально вращающихся газовых дисках может играть важную роль для понимания механизма турбулентной вязкости АД. Связано это прежде всего с возможностью нарастания амплитуды возмущений, различающихся между собой фазовыми скоростями $\text{Re}(\omega)/k$ и пространственными масштабами в z -направлении. Характерной особенностью является то, что наиболее быстро нарастают мелкомасштабные (как по r , так и по z) волны. На нелинейной стадии развития такие неустойчивости не приведут к разрушению исходного течения, но смогут эффективно турбулизовать вещество диска, реализуется самоподдерживающийся турбулентный режим. Интересно отметить, что чем выше уровень мелкомасштабной турбулентности (α -вязкости), тем эффективнее нарастают эти возмущения, но при $\alpha \geq 1$ условия для диссипативной неустойчивости пропадают [9].

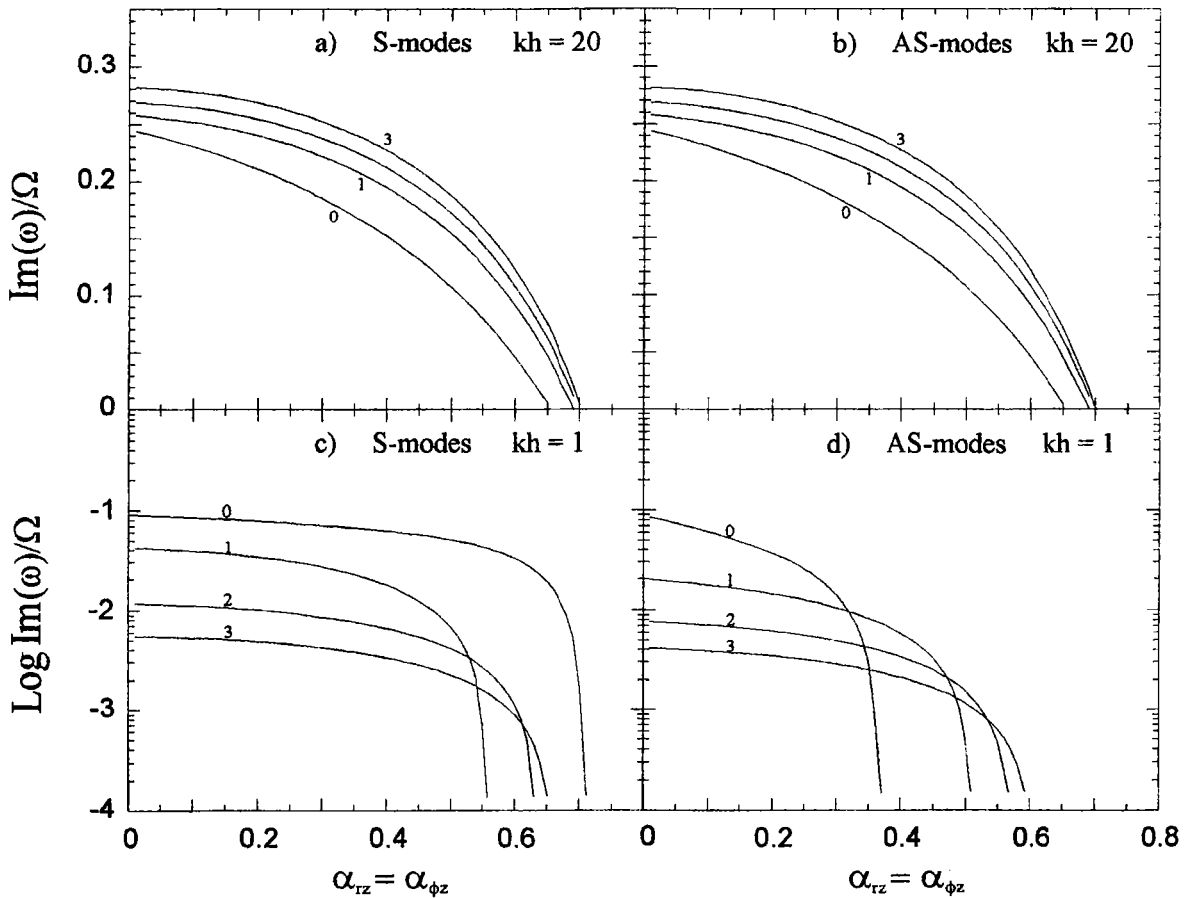


Рис. 2. Зависимость инкремента возмущений $\text{Im}(\omega)$ в единицах угловой скорости вращения Ω от параметров α_{rz} и $\alpha_{\phi z}$ ($\gamma = 5/3$, $\alpha_{r\phi} = 0.5$): а), с) пинч-колебания; б), д) изгибные колебания. Числа на рисунке указывают номера гармоник j

Помимо рассмотренного здесь диссипативного механизма, важным для понимания α -механизма АД является развитие глобальных (охватывающих практически весь диск по радиальной координате) резонансных мод Папалойзу-Прингла [11 — 13], а также резонансное усиление акустических колебаний в режиме двухпоточковой аккреции [14] и при дисковой аккреции на замагниченный компактный объект [15]. Примечательно, что во всех случаях характерные времена роста возмущений велики по сравнению с динамическим временем ($1 / \text{Im}(\omega) \gg t_\phi = \Omega^{-1}$).

Отметим, что рассмотренный в работе газовый диск считался изэнтропическим, и вопрос о влиянии процессов переноса излучения в диске на акустические колебания не обсуждался. Как отмечалось ранее, для плоской модели АД [9, 10], учет неизэнтропичности не оказывает сильного влияния на условия развития диссипативно-звуковой неустойчивости. Это связано с тем, что характерное время изменения энтропии в диске ($t_s = \rho c_s^2 / q^+$, где q^+ — плотность энергии, выделяющейся в диске за счет вязкой диссипации в единицу времени), много больше характерного времени изучаемых здесь процессов ($t_{ac} = 1/\text{Re}(\omega) \leq \Omega^{-1}$), т.е. работает адиабатическое приближение: $t_{ac} \ll t_s$. Продемонстрированная здесь принципиальная возможность неустойчивости высокочастотных акустических волн в дифференциально вращающемся газовом диске относится к бегущим кольцевым возмущениям. Поэтому время пребывания их в системе ограничено, и наличие положительного инкремента еще не означает, что возмущения достигнут нелинейной стадии развития. Снос возмущений происходит со скоростью $\partial\omega/\partial k \sim c_s kh / \sqrt{1+k^2 h^2} < c_s$ и характерное время пребывания в диске нарастающих возмущений составляет: $\sim r / h \sim 100$ периодов обращения диска. С учетом полученной оценки, $\text{Im}(\omega) \sim 0.1\Omega$ для $kh > 1$, имеем существенный рост амплитуды возмущений ($\exp\{0.1 r / h\}$). Для теории аккреционных дисков более важными могут оказаться неосесимметричные колебания, которые при прочих равных условиях способны дольше находиться в системе и достигать нелинейной стадии развития.

Авторы благодарны И.Г. Коваленко, В.В. Мусцевому и Е.И. Старицину за обсуждение результатов и полезные замечания.

Summary

INSTABILITY OF ACOUSTIC HIGH-FREQUENCY MODES IN THE DIFFERENTIALLY ROTATING GASEOUS DISCS

A.V. Khoperskov, S.S. Khrapov

We consider the linear analysis stability of the differentially rotating gaseous disc with turbulent viscosity. In the viscous disc, instability acoustic high-frequency modes was found. This instability resulting from the dependence of dissipative coefficients on thermodynamic quantities and differential rotation. The instability take place for a symmetric and an anti-symmetric modes. It is showed, that model of a thin disc well describe of the dynamics of 3D-dimensional perturbations.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shakura N.I., Sunyaev R.A. // Astron. and Astrophys. 1973. V. 24. P. 337.
2. Ландау Д.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
3. Горькавый Н.Н., Фридман А.М. Физика планетных колец: Небесная механика сплошной среды. М.: Наука, 1994.
4. Lightman A.P., Eardley D.M. // Astrophys. J. 1974. V. 187. L. 1.
5. Shakura N.I., Sunyaev R.A. // Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 1976. V. 175. P. 613.
6. Szuszkiewicz E. // Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 1990. V. 244. P. 377.
7. Wallinder F.H. // Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 1991. V. 253. P. 184.
8. Wu X-B., Yang L.-T. // Astrophys. J. 1994. V. 432. P. 672.
9. Хоперсков А.В., Храпов С.С. // Письма в астроном. журнал. 1995. Т. 21. С. 388.
10. Хоперсков А.В., Храпов С.С. // Вестник ВолГУ. Серия: Математика. Физика. 1996. Вып. 1. С. 87.

11. *Papaloizou J.C.B., Pringle J.E.* // Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 1985. V. 213. P. 799.
12. *Papaloizou J.C.B., Pringle J.E.* // Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 1987. V. 225. P. 267.
13. *Savonije G.J., Heemskerk M.N.M.* // Astron. Astrophys. 1990. V. 240. P. 191.
14. *Мусцовой В.В., Хонерское А.В.* // Письма в астрон. журнал. 1991. Т. 17. С. 281.
15. *Hoperskov A.V., Mustsevaya Yu.V., Mustsevov V.V.* // Astronomical and astrophysical transactions. 1993. V. 4. P. 65.